TENTAMEN COMPUTER GRAPHICS EN COMPUTATIONAL GEOMETRY

24 juni 2002, 14:00 – 17:00 uur

□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□—□

Het tentamen bestaat uit de onderstaande **vier** *opgaven. Bij elk van de opgaven is het maximale aantal voor deze opgave te behalen punten vermeld. Je krijgt 10 punten gratis.*

Opgave 1 *(20 pt.)*
Een van de 'hidden-surface removal' methoden voor het elimineren van verborgen (delen van) vlakken is de *scan-line* methode.
a. Beschrijf nauwkeurig de werking van deze methode, met inbegrip van de belangrijkste datastructuren. Hoe wordt gebruik gemaakt van coherentie tussen scanlijnen?
b. Geef twee voorbeelden van configuraties van vlakken in de 3D ruimte waarvoor dit algoritme niet werkt, en geef een oplossing voor dit probleem.

Opgave 2 *(25 pt.)*
De bijdrage I_{sp} van spiegelreflectie in het Phong belichtingsmodel heeft de vorm

$$I_{sp} = k_s\, I\, (\mathbf{V} \cdot \mathbf{R})^n \tag{1}$$

waarbij I de intensiteit van de lichtbron is, I_{sp} de gereflecteerde intensiteit, k_s de speculaire reflectiecoëfficiënt, $\mathbf{V}$ de kijkvector, $\mathbf{R}$ de reflectievector en n de Phong exponent.

Een vereenvoudigd belichtingsmodel vervangt het inproduct $\mathbf{V}\cdot\mathbf{R}$ door het inproduct $\mathbf{N}\cdot\mathbf{H}$, waarbij $\mathbf{N}$ de normaalvector is en $\mathbf{H}$ de zgn. *halfway vector*, gedefinieerd als de eenheidsvector halverwege tussen de lichtvector $\mathbf{L}$ en de kijkvector $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{L} + \mathbf{V}}{\|\mathbf{L} + \mathbf{V}\|}$$

a. Maak een schets die de relatie aangeeft tussen de reflectievector $\mathbf{R}$, de lichtvector $\mathbf{L}$ en de normaalvector $\mathbf{N}$ in een zeker punt op het reflecterende oppervlak. Beargumenteer dat geldt:

$$\mathbf{R} + \mathbf{L} = 2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L})\, \mathbf{N}$$

b. Stel dat het belichte oppervlak gekromd is en dat zowel het kijkpunt als de lichtbron zich ver weg van het oppervlak bevinden. Beargumenteer dat in dit geval de berekening van $\mathbf{N} \cdot \mathbf{H}$ minder tijd kost dan die van $\mathbf{V} \cdot \mathbf{R}$.

c. Stel $\mathbf{L}$ en $\mathbf{V}$ zijn vast. Laat zien dat de richting van $\mathbf{H}$ overeenkomt met de locale oriëntatie $\mathbf{N}$ die de maximale spiegelreflectie in de kijkrichting $\mathbf{V}$ produceert.

Opgave 3 *(20 pt.)*
Ontwerp een algoritme dat in $O(m + n)$ tijd de doorsnijdingsfiguur van een convexe m-hoek en een convexe n-hoek bepaalt. Elke convexe veelhoek wordt gegeven door een array dat de coördinaten van de geordende rij hoekpunten bevat. Beschrijf nauwkeurig de stappen van het algoritme, geef aan welke datastructuren gebruikt worden, en toon aan dat de gevraagde tijdscomplexiteit gerealiseerd wordt.

Opgave 4 *(25 pt.)*

1. Gegeven is een enkelvoudige (*simple*) n–hoek P in het x, y–vlak. De veelhoek is x–monotoon (d.w.z.: elke lijn evenwijdig met de y–as snijdt de rand van de veelhoek in ten hoogste twee punten), en is gegeven door twee arrays, corresponderend met de rijen hoekpunten in de boven– resp. onderrand van P, geordend volgens stijgende x–coördinaat.

   Ontwerp een algoritme dat in $O(\log n)$ tijd vaststelt of een query–punt in het inwendige van de veelhoek P ligt. Beschrijf dit algoritme in detail, en leidt de tijdscomplexiteit af.

2. Welk standaardalgoritme zou je gebruiken voor het probleem uit onderdeel 1 als niet gegeven is dat P monotoon is? Geef de complexiteit van de preprocessingtijd, de querytijd en het geheugengebruik in termen van het aantal hoekpunten van P.